

华人商场上的算器

洪天賜

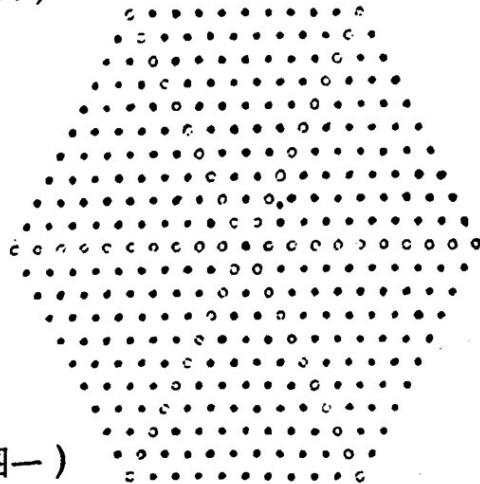
在星马华人社会的商场上，算盘可说是一种主要的计算工具。从规模巨大的大商行到家庭式的小经营，它几乎是家喻户晓，无处不见的计算工具。虽然现今时代，科学昌明，各种样式的电子计算机，风行于世，但算盘的存在，却未受到威胁。这并不是因为星马华人对它有所偏爱，而是因为它本身具备几项优点。第一，算盘的构造简单，价廉物美。第二，它是木做的，轻便携带，不必依赖电流或乾电池的操纵，而且也不必更换零件而能长久使用。其实用得越久的算盘是越灵活的。第三，利用算盘进行数的计算方法，是可以容易地掌握的，只要技巧熟练，四则的运算，是可随心所欲的，特别是在加减的计算方面。一般上来说，加减运算在华人的业务中，占七十巴仙以上，可见算盘在华人的经济计算工作上是有其重要的作用的。

算盘的发源地是中国。在西方笔算没有传入中国以前，它是中国唯一的计算法。笔算于十七世纪，即明朝末年传入中国时，它并未引起人们的重视，直到清朝末年废科举、兴学校后、笔算才

普遍推行。当时有些人担心算盘可能从此被搁在历史边缘，成为一件古董。然而，两三百年来，算盘经得起时代的考验，仍然是华人工商各行业经常使用的计算工具。

算盘是由四个部份组成的。它四周的木框叫做“边”，中间的横木叫做“梁”，穿在梁上的一根根小柱子叫做“档”，穿在每一档上的珠子叫做“算珠”。在梁上面的两颗算珠叫“上珠”，其中最上面的叫“顶珠”。在梁下面的五颗算珠叫“下珠”，其中最下面的一颗叫“底珠”。由于算盘上的记数是用算珠表示的，因此，这种计算方法，也称珠算。

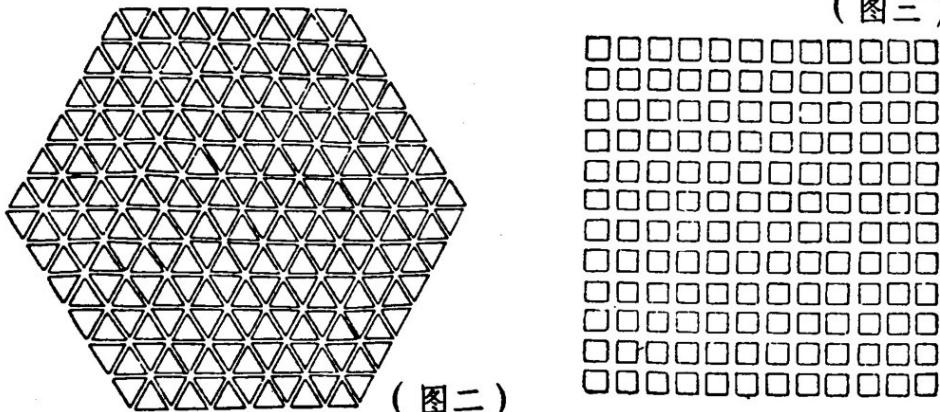
珠算是由筹算演变而来。中国古代计算数目用筹，是用竹做的一些小棍。由于竹筹容易腐烂，不能长时间在地下保存，所以这种用筹来进行计算的方法，究竟是从什么时候开始的，到现在还不容易考订。不过在春秋战国时代，利用筹进行计算已经相当流行，例如《老子》书中就有“善计者不用筹策”的话（注一），筹的形式和数量，随着时代的变迁而有所改良。《前汉书》律历志说：“其算法用竹，径一分，长六寸，二百七十一枚，而成六觚为一握”（注二）钱宝琮以为算筹径一分长六寸似乎太瘦，容易折断，不便于使用（注三）。李俨则认为径一分，是圆形的物体。把这些细的竹棍聚拢起来，可拼成一个正六角形的物体，如图一。（注四）



(图一)

其后北周甄鸾注《数术记遗》称：“积算，今之常算者也，以竹为之，长四寸，以效四时，方三分，以象三才。”（注五）此时的算筹，已由圆形改为有规则的四方形。《随书》律历志说：“其算用竹，广二分，长三寸。正策三廉，积二百一十六枚，成六觚，乾之策也。负策四廉，积一百四十四枚，成方，坤之策也。觚，方皆径十二，天地之大数也。”（注六）算筹至此，已有正负之分，正者为三角式，负者为四方形，如图二和图三。

（图三）



（图二）

从汉到隋，筹的断面，初为圆形，后来变为四方形或三角形。历代所用之筹也有其一定的数目。后来筹通称为算子，其数目无定，新旧五代史均称“一把算子”（注七），筹的正负也可以红色和黑色来区别。魏刘徽注《九章算术》说：“正算赤，负算黑。”（注八）十三世纪中期，李冶撰写其《测圆海镜》时，觉得数之正负在纸上眷写及付梓时，以赤黑相别之法，诸多不便，所以他加一斜撇于数码之末位，表示负数，正数则不加任何符号。元代数学家多数采用这种方法。

算筹或算子起先是用竹和木做的，后来也有用铁，用牙，用玉制造。当然以竹和木造的比较轻便，容易携带。用牙或玉做的筹，似乎只有身份高，经济好的人才能拥有。例如《世说新语》记载晋朝的司徒王戎（235—306年），：“……戎好治生，园田周遍天下，公妪二人常以象牙筹昼夜计算家资。”（注九）不过不管筹是用什么材料做的，算家总是把它们装在一个算袋里，

随身佩着走。唐代的行政官吏和工程师在腰带上就常悬着算囊，他们随时可以用来进行计算的工作。

布筹表示数目，有两种形式，一为纵式，一为横式，它们的具体摆法如下：

1	2	3	4	5	6	7	8	9
纵式：	丨	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
横式：	—	=	☰	☲	☷	☶	☱	☲

《孙子算经》说：“凡数之法，先识其位。一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当。”（注十）这是布筹的原则，以纵式代表个、百、万等数位置。这样顺着个、十、百、千、万的次序，从右向左，数码纵横相间，遇到零的时候，就留个空位。例如1983可以摆成一而三川；206可以摆成Ⅱ 丁。

这种“一纵十横”的记数法和现代通用的十进地位制记数法基本上是相同的。虽然中国古代的文字都是写成直行，自右而左，但筹算的记数却是自左而右排成横行，和现代的笔算记数一样。而且为了清楚表示零的位置，在北宋时代，零的空位就以方块字“十”来代替。（注十一）南宋以后，数学有了高度的发展。“天元术”及“四元术”都是这个时代的发明。由于演算用筹较多，需要有草图和文字的说明。数码有所改进也是理所当然的。南宋秦九韶和杨辉在他们的著作中都用“○”号代替空位，其他笔画太多的数码也以较简单的数码取代。这样就产生了另一套数码：

纵式：	丨	Ⅱ	Ⅲ	×	○	丁	Ⅱ	Ⅲ	×	○
横式：	—	二	三	×	○	☷	☶	☱	☲	○

显而易见，数码是从筹码演变而来。到明清时期，随着珠算的流行，纵式横式的差别已经消失。在这套纵式和横式合併的数码中，纵横式的○和○演变为爻，又和爻演变为爻。这套数码后来为一般商人采用，故称为商用码，也称为苏州码，这可能是因其渊源于今日江苏之吴县的缘故。但《吴县志》并无记载此事。这

这套数码也在星马华人商场通用，尤其是在传统式的华人商业上。

数码的形式如下：

一 二 三 × 分 上 十 一 三 二 一 ○
一一川×分上十—三二一○

这套商用号码自十四世纪中叶出现至今，已有六百多年的历史了。它是由筹码演变而来。筹码是筹的象形，它的出现年代，相当古远，春秋战国时期似乎就有筹位的迹象。《左传》襄公三十年（公元前542年），师旷算绛县老人之年岁曰：七十三岁。史赵曰“亥有二首六身，是其日数也。”士文伯立刻知道是2,6660天。（注十二）“亥”字虽然是自上向下排写，但是看作二十一（26660）。而不作二十一（2666），由此推算中国数码的使用，已有两千数百年之久。星马华人社会当然也是不会轻易把它放弃的。

珠算是在筹算基础上演变而来的。筹算的上一筹当五，下一筹当一，珠算的上一珠也是当五，下一珠也是当一。算筹的大小，历代不同。筹若是太小，不容易排列。若是太大，排列时颇为粗笨，而且需要大的范围。根据严敦杰计算，如果算筹长三寸，要排列一个有十几位的数字的时候，需要有三四方尺的布算面积。（注十三）由于布算的范围大，演算的速度大受限制，因为速度加快可能使算筹摆弄不正而造成错误。算盘于是在这种情形下应运而生，它以算珠代替算筹，用档贯穿起来，解决了筹的随意流动。再者，筹算的加减法，固然简便（注十四），但乘除法需要上下摆列成三层，似乎很累赘。晚唐以来的数学家一直在努力地寻找一种“乘除捷法”，要使三层算筹才能完成的乘除算法，仅要一层算筹即可完成。算筹的乘法口诀，古称“九九”，起源甚古。据说，春秋时齐桓公曾经设立招贤馆征求各方面的人材。很久没有人来应征。一年以后，有一个人带了“九九歌”来应征。齐桓公笑着问他，九九歌也能拿来表示他的才学吗？那人告诉齐桓公，不是国家没有人材，而是有人材的人不敢前来。如果齐

桓公肯接待像他这种只懂九九歌的人，那么有才学的人必定源源而来。（注十五）可见“九九歌”在春秋战国时期已经是民间通俗的乘法表。这种自“九九八十一”起至“一一如一”止的乘法表，和现今的乘法表刚好颠倒。南宋以后，乘法口诀才变为“一一如一”起始的今法。

“归除歌诀”对由筹算走向珠算的转变有着十分重要的意义。“归”就是一位除法；从1到9的一位除法称为“九归”。宋朝杨辉在他的《乘除通变算宝》（1274年）中所载归除歌括语比较晦涩。元朝朱世杰所著《算学启蒙》（1299年）中所载归除歌诀，已和现代通常使用的珠算九归歌诀完全一致。珠算的归除法，除了上述的“九归歌诀”之外，还有“见一无除作九一”之类的“撞归歌诀”和“一归借一来一”，“二归借二来二”之类的“起一歌诀”。杨辉和朱世杰的著作都没有提到这类歌诀。撞归法迟至十四世纪中叶以后才在丁巨著的《丁巨算法》（1355年）和何平子著的《详明算法》（1373年）等书中出现。丁巨所用之撞归法，与今珠算演术完全一致（注十六）。例如以33除3003，不能“逢三进一十”，而是“撞归九十三”，就好像现今珠算之所谓“见三无除作九三”一样。不过这些歌诀都是为了筹算演算的方便而设。把许多算法歌诀化是中国古代数学的一个特点。对知识水平不高的小商人来说，歌诀化的算法确是一个很大的帮助。例如已知每斤价格，求每两价格的“化零歌”只有以下十五句：

「一退六二五，二留一二五，三留一八七五，四留二五，五
留三一二五，六留三七五，七留四三七五，八留单五，九
留五六二五，十留六二五，十一留六八七五，十二留七五
，十三留八一二五，十四留八七五，十五留九三七五。」

（注十七）

以现代分数来表示，就是 $1/16 = 0.0625$, $2/16 = 0.125$, $3/16 = 0.1875 \dots\dots 15/16 = 0.9375$ 。如果已

知每斤的价格是 13 元，那么根据歌诀“十三留八一二五”，得每两的价格是 0.8125 元，即 8 角左右。

这些历代流传下的歌诀，使数学家在演算的时候，一呼即得，不过在排列算筹的时候，反而使他们措手不及。这种手不应心的尴尬情况，促使数学家寻求其他理想的计算工具。有了这些歌诀的存在，珠算由筹算演变而来，可说是很自然的事。不过它的演变过程是缓慢的，不是一个人或一个朝代里的创造，它是为了符合人民的需要，经过逐渐改进而形成的。

远在汉末三国时代（190 年前后），徐岳所著的《数术记遗》中，便有珠算的记载。书中说：“珠算控带四时，经纬三才。”（注十八）随后，北周甄鸾（570 年前后）在注解中说：“刻板为三分，其上下二分，以停游珠，中间一分，以定算位……。”（注十九）《四库全书总目提要》说这本书是甄鸾伪托徐岳之名而作的。（注二十）胡适检阅《数术记遗》的四种本子（即《津逮秘书》本，《学津讨原》本，微波榭《算经十书》本，《槐庐丛书》本）后，发现这四种本子只有微波榭的《算经十书》本保存着鲍澣之于嘉定五年（1212 年）写的一篇序，序文指出《数术记遗》是从南宋的《道藏》抄录出来的。胡适考证此书收入《道藏》，约当十一世纪初叶，推测此书伪造的时代，约当十世纪。因此第十世纪可说是“珠算盘”的幼稚草创时期（注二十一）。这时期的算珠是活动的，还没有用钢杆定成一串，只能说是游算盘。

一九八一年，中国珠算协会副会长殷长生（注二十二）为了证实他曾经于一九五六年在“清明上河图”发现一架算盘，特地再到北京故宫博物院进行考察。这幅画是宋代大画家张择端的著名作品。画中描写北宋时人民的生活，经济状况和背景等。制成年代推定为北宋至南宋初年，即公元 906 — 1127 年间。画中所表示的地方为当时的东京汴梁城，即现在的河南省开封市。殷长生果然在画中的一家药铺的桌上看到一架算盘。他认为药铺必

备算盘，因为一服汤剂常常包括十几味药，店员要边看药方边用手指敏捷地拨弄算盘珠，将每一味药的价格按单价累计在算盘上。因此，他推想在北宋初年或晚唐时期，珠算已经废除了游珠而变革为竹档串珠的算盘（注二十三）。但从唐到宋都没有可靠的珠算史料可以证实。虽然程大位在他的《直指算法统宗》（1592年）曾经提到，自宋以来有《盘珠集》和《元盘集》两本书名，但这两本书已失传，无从知道它们是不是讨论珠算的。

元初刘因（1248—1293年）写了一首五言绝句，题名：算盘。其诗如下（注二十四）：

不作甕商牛，休停饼氏歌。
执筹仍蔽簏，辛苦欲如何。

这首诗写于1279年，诗内没有提到珠算的名称，但严敦杰推想“饼氏歌”可能是珠算口诀，“簏”是算袋的别名（注二十五）。那么，刘因写这首诗的目的，可能是在批评筹算的缺点。刘因是保安人，他或许对南方的珠算有所听闻，对北方一带仍然应用筹算，不禁以诗抒发他心中的感慨。同时期的元剧，有无名氏的“庞居士误放生债”的杂剧。其中有“……闲着手，去那算盘里拨了我的岁数”这么一句唱词（注二十六），可见算盘在元中叶已是一件比较常见的计算工具了。

到了元末，算珠的拨动情形，竟然成了当时的俗谚。在陶宗仪著的《辍耕录》（1366年）卷二十九有这样一段记载：“凡纳婢仆，初来时，曰擂盘珠，言不拨自动。稍久，曰算盘珠，曰拨之则动。既久，曰佛顶珠，言终日凝然，虽拨亦不动。此虽俗谚，实切事情。”（注二十七）既然算盘不像擂盘珠那样可以自由转动，那么算盘珠必是被串起来，拨弄它时只能按一定方向移动。陶宗仪，字九成，原籍浙江黄岩，晚年常在江苏松江居住，他所说的俗谚，说明当时珠算在松江一带已经比较流行。

明初，马欢在他的《瀛涯胜览》中，有下面一段的记载：
“永乐五年（1407年），朝廷命正使太监郑和等齎诏勅赐

其王诰命银印，……彼之算法无算盘，则以两手两脚並二十指计算。毫厘无差，甚异于常……”（注二十八）

马欢对古里国没有算盘，感到惊奇，可见算盘在明初已通行民间了。当时算盘的形式，也可在一本明英宗正统元年（1436年）出版的《新编对象四言》里看到（注二十九）。此书仅有八页，是一本看图识字的读物。在算盘两字旁边，绘有一具九档算盘，可说最早的算盘图。至于算盘的构造方面，十五世纪的《鲁班木经》载有制作珠算盘的规格如下：“算盘式：一尺二寸长，四寸二分大。框六分厚，九分大，起碗底。线上二子，一寸一分；线下五子，三寸一分。长短大小，看子而做”（注三十）。这本书大约是在1425年后写成，算盘的式样是比较原始型的。关于算珠的大小方面，现在北京历史博物馆保存有直径21mm的木制算盘珠，是1921年发掘的出土文物。此算珠是北宋大观二年（1108）被洪水淹没在河北省巨鹿县城中而被掘出来的（注三十一）。

明朝时期，珠算术已经通行，但筹算并没有完全被废除。例如吴敬的《九章算法比类大全》（1450年）和王文素的《算学宝鉴》（1524年），主要的还是在介绍筹算方法，对珠算没有具体的说明。最早对珠算进行系统介绍，在书内绘有珠算盘形式，并且编有加减口诀的，是徐心鲁所校订的《盘珠算法》（1573年）。除此还有柯尚迁的《数学通轨》（1578年），朱载堉的《算学新说》（1584年），程大位的《直指算法统宗》（1592年），黄龙吟的《算法指南》（1604年）等书。

算盘的大小，有九档，十一档，十三档，十五档和十七档。梁上的珠也有一珠，二珠或三珠的。梁上二珠的算盘最通用。梁上一珠见于黄龙吟的《算法指南》，梁上三珠的始见于清朝潘逢禧的《算学发蒙》（1881年）。柯尚迁的《数学通轨》有一个十三档珠算盘图，称为“初定算盘图式”，形状已与现在七珠算盘相同。但在这些存留下来的书籍中，流传最广，影响最大的，

应该是程大位的《直指算法统宗》。从此以后，珠算遍传中国各地，並在此前后，珠算还传播到日本、朝鲜，及东南亚一带。

珠算是中国古代科学技术发明之一，它是由筹算进展而来的。它的产生是配合时代的需要，随着商业的发展和算法本身由繁到简的过程中，逐渐取代了筹算。一直到现在，它不但在中国、日本、朝鲜等东亚各国，被人继续使用，在东南亚一带，它也是华裔商业界所喜欢采用的实际计算工具。

注一：老子《道德经》（武英殿聚珍版）上篇 27 章，页 28 唐李昉的《太平御览》（四部丛刊续编）也有引用这句话。

注二：《前汉书》（四部备要）卷 21 上，页 1—2。

注三：钱宝琮，《中国算学史》（北平，1932）上卷，页 80

注四：李俨，《中国古代数学史料》（上海，1963）页 158

注五：见钱宝琮校《算经十书》（北京，1963）下册，页 54

2

注六：《隋书》（四部备要）卷 16，页 1

注七：见《旧五代史》（四部备要）卷 107，页 5；《新五代史》（《四部丛刊》）卷 30，页 5；《古今图书集成》经济汇编食货典卷 259 饮食部汇考三，引宋浦江吴氏《中馈录》有：“切肉长三寸，各如算子样。”

注八：见《算经十书》，上册，页 225，宋沈括的《梦溪笔谈》（《四部丛刊续编》）卷 8，页 3，也说：“算法用赤筹黑筹，以别正负之数。”

注九：刘宋王义庆撰，梁、刘孝标注，《世说新语》（四部备要）卷下第 29，页 24。《唐语林》卷 6，《太平御览》卷 750，《资治通鉴》卷 8 都有同样的记载。

注十：见《算经十书》，下册，页 282，同书，页 558，《夏侯阳算经》也有同样的记载。

注十一：司马光（1019—1086 年）在他撰的《潜虚》中用到 一 二 三 四 × 五 六 七 八 九 十，其中“×”是五的古字，可能

是用来代替笔画较多的川。

注十二：《左传》有筹位的记载，是梅文鼎在其《古算盘考》首先引起注意的。《古算器考》见《艺海珠尘》，子部，天文历算类。

注十三：严敦杰，“筹算算盘论”，《东方杂志》，1944，卷41，第15号，页34。

注十四：例如 $6+7$ ，即是丁和壬相加，把上面两根代表5的筹凑在一起得10，下面的筹一望而知凑在一起就是3。减法即是从被减的筹数除去筹的减数。这种加减法可能是因为简单方便，所以典籍没有记载。

注十五：见汉韩婴著《韩诗外传》（《学津讨原》本）卷之三。李俨，《中国古代数学史料》（上海，1963）页12—18，又举其他从春秋战国以及汉朝时代流传下来有关九九歌的史料。

注十六：李俨在他的“珠算制度考”（《燕京学报》，1931）卷一，第十号）文章中（页2127—2128）以丁巨算法中的问题，解释撞归法的应用。

注十七：见朱世杰，《算学启蒙》（光绪丙申经论元记刻本）之“斤下留法”条，页2。

注十八：见《算经十书》，下册，页546。

注十九：同上。李约瑟对以上之正文和注释，以绘图加以详细的分析，他认为当时（第6世纪）人们对座标已有一定的认识。李约瑟的《中国科学技术史》，现有北京和台北的中译本。以上文字，参阅北京本，第3卷，页167—170；台北本，第四册，页140—141。

注二十：《四库全书总目》（艺文印书馆影印本），卷107，其中所举伪造之理由有三：一，《隋书》经籍志，具列徐岳及甄鸾所撰《九章算法》，《七曜算术》等目，而独无此书之名。至《唐书》艺文志始有著录。二，书中

称“于泰山见刘会稽”（刘洪）之时事，与晋袁山松书不符，袁山松书见《后汉书》律历志。三、原文晦涩难晓，道家的气味很浓。

注二十一：李书华，“筹算与珠算”，《中央研究院史语所，庆祝董作实先生六十五岁论文集》，台北，1960，页343—344。

注二十二：中国珠算协会于1979年10月在河北省秦皇岛市正式成立。

注二十三：殷长生，《从清明上河图看中国算盘》，《中国科技史料》（北京，1981），第四期，页62—66。

注二十四：《静修先生文集》（《四部丛刊》）卷十一，页4。

注二十五：严敦杰，“算盘探源”，《东方杂志》，1944，卷40第2号，页34；“筹算算盘论”《东方杂志》，卷41第15号，页35。

注二十六：引自严敦杰，“算盘探源”《东方杂志》，1944，卷40第2号，页34。

注二十七：陶宗仪，《南村辍耕录》（《四部丛刊，三编》）卷29，页8。

注二十八：马欢，《瀛涯胜览》（《丛书集成》第3274册）“古里国”条，页59—60。

注二十九：此书现存于美国哥伦比亚大学图书馆。

注三十：见钱宝琮，《中国数学史》（北京，1964）页137。

注三十一：有关此算珠的图片，参阅殷长生，“从清明上河图看中国算盘”，《中国科技史料》（北京，1981）第4期，页63。

